# mathématiques en dehors de la salle de classe

Christian Bazzoni

Jacques-André Calame

Haute école pédagogique BEJUNE

0.0 pages pour les enseignants

0.0 pages pour les élèves

# table des matières

# introduction

Depuis que l'école existe, l'enseignement des mathématiques s'inscrit naturellement dans l'Histoire. Il a tenu compte, au fil des siècles, des principales découvertes des mathématiciens. Mais ces personnages marquants de l'évolution des mathématiques ont tous été eux-mêmes en lien direct ou indirect avec :

- des penseurs, des philosophes, des théologiens, des astronomes ;
- des physiciens, des chimistes, des biologistes, des médecins ;
- des architectes, des ingénieurs, des agriculteurs, des viticulteurs, des horticulteurs ;
- des artisans, des artistes, des poètes, des écrivains ;
- des linguistes, des logiciens ;
- et tant d'autres qui ont tous établi d'une manière ou d'une autre, des liens entre l'homme et le sens de sa vie. Et ceci dans un monde toujours plus complexe, en dépit des percées parfois fulgurantes qui l'ont rendu et le rendent toujours aussi passionnant pour qui sait s'en étonner. Entre découvertes décisives, essais et erreurs, conjectures et preuves, révolutions de la pensée ou révolutions technologiques, l'homme est amené à avouer qu'il y a souvent plus de mystères et de questions sans réponses que de certitudes, malgré les progrès que chaque siècle apporte à l'évolution de son histoire.

En mettant sous la loupe le dernier siècle de l'enseignement des mathématiques, certains parleront d'immobilisme et de réformes successives finalement toutes discutables. D'autres s'étonneront des progrès sensibles résultant du développement notable des didactiques des disciplines d'enseignement et des recherches très récentes pour tenter de mieux comprendre comment l'élève apprend et comment l'enseignant peut espérer lui donner des outils qui favorisent ses apprentissages et son autonomie.

C'est que notre regard est toujours tributaire, certes, de notre état d'esprit face à l'évolution de notre monde (mieux vaut probablement être positif et considérer le verre à moitié plein plutôt qu'à moitié vide), mais aussi de nos expériences de vie. Et à cet égard, force est de reconnaître que des mots tels que « progrès », « développement », « égalité des chances » sont souvent ambigus et parfois même source de contradictions.

Aux intentions les plus louables et aux rêves légitimes ne sont pas forcément associés les moyens de mise en pratique, d'accompagnement nécessaires.

Ainsi, non sans raison, les enseignants ont-ils souvent été « tiraillés » entre leur génie propre et la rigidité progressive d'un système éducatif toujours mieux défini, certes, mais aussi paralysant par le côté normatif qu'il a lui-même engendré.

Beaucoup de pédagogues et d'enseignants sont aujourd'hui plus accaparés par la quantité que par la qualité des activités vécues avec les élèves. Ils sont parfois plus préoccupés par la permanence, allant jusqu'à l'obsession, de l'évaluation sous toutes ses formes que par les savoirs et les savoir-faire réels des élèves auxquels — on le sait pourtant — il faut accorder du temps, de la patience et de la persévérance pour leur permettre de progresser dans leurs apprentissages.

C'est peut-être la question du sens de ce que nous vivons en classe qui nous a le plus interpellés, comme enseignants et formateurs au cours de ces dernières années, comme elle interpellait déjà il y a un siècle l'une des figures emblématiques de la littérature suisse, Charles-Ferdinand Ramuz. Les souvenirs de cet illustre écrivain, dont nous citons cette page tirée de son ouvrage «Raison d'être», à propos de leçons de grec, sont aussi éloquents que métaphoriques :

*C'était quand ces petites âmes qu'il faut bien nommer, malgré tout sauvages, puisque c'est là sans doute ce qu'elles avaient de meilleur, réclamaient de l'herbe fraîche, et c'est de foin qu'on les nourrissait. Homère, si je puis dire, aurait pu être encore pour nous de l'herbe, mais on avait fauché Homère ; on nous disait : « Voici des phrases, où est le verbe, où est le régime direct ? ». Et, au cœur même de ces phrases, toutes les beautés vivantes, après lesquelles on soupirait sans le savoir, auraient pu nous être offertes, bien sûr ; mais le temps n'était pas encore venu pour nous de nous en apercevoir. Nous ne distinguions en elles qu'un fourmillement de mots inconnus qu'il fallait apprendre par cœur, ou bien de tristes règles de grammaire ; rien qui pût apaiser la grande faim qui nous venait, et qui eût été de partir pour l'embouchure de la Venoge, avec une tente, une vieille marmite de campement, une hache, et de nous mettre à construire un radeau.*
*Comme justement venait de faire dans je ne sais quel chant d'une certaine Odyssée, en je ne sais combien de vers, un certain Ulysse quand même, — lequel nous eût fourni un excellent modèle de radeau, justement, avec tous les renseignements qui pouvaient nous faire besoin ; mais nous ne pouvions voir encore dans le plus émouvant et le plus technique des poèmes que des « constructions » à faire (un tout autre genre de constructions), dans le livre le plus vivant qu'une matière inerte.*
*La vie pour nous était ailleurs, et on nous la refusait.*

Charles-Ferdinand Ramuz, 1967

Ne retournons pas le radeau au point d'imaginer que toutes les notions mathématiques devraient être approchées par une visite dans le terrain et l'exploration systématique de l'espace dans lequel nous vivons. C'est bien le lien entre le monde clos de l'école et le monde dans lequel nous vivons qui fait souvent problème. Gardons en tête la dernière phrase de cette citation de Ramuz, et faisons simplement nôtre cette idée que, bien souvent, la feuille de papier et l'énoncé d'un problème, aussi didactiquement bien ficelés soient-ils, ne rendent pas automatique le sens que pourrait y déceler l'élève, ni surtout la totalité des pistes possibles pour approcher certains concepts liés aux mathématiques et à leurs lieux d'application.

Le travail de réflexion auquel nous nous sommes donc modestement livrés aimerait simplement apporter quelques pistes dans l'approche de certaines notions clés des mathématiques, en maintenant une sorte d'équilibre entre l'approche intuitive, empirique de certaines notions mathématiques, et l'utilisation des connaissances déjà acquises, sous forme plus déductive.

Notre approche de formateurs et enseignants est empreinte du cadre de notre vie, d'abord personnelle, puis de celle que nous partageons dans un centre scolaire, avec les élèves, les enseignants, les étudiants, les chercheurs et toutes celles et tous ceux qui, parents, directeurs, inspecteurs, conseillers pédagogiques, éducateurs spécialisés, jouent des rôles complémentaires qui se veulent constructifs et au service d'un développement épanouissant de l'enfant, puis de l'adolescent.

C'est la majorité des personnes qui ont suivi nos cours ou séminaires de formation liés à la thématique « sortir de la salle de classe pour faire des mathématiques autrement » qui nous ont poussés à publier la présente brochure qui, nous l'espérons, pourra servir à d'autres collègues, et partant, à d'autres élèves.

Cet essai ne veut pas endosser le statut de recherche complète au sens où l'entendent aujourd'hui nos institutions, mais plutôt le partage de quelques échos venus de la pratique de notre enseignement au fil de notre vie d'enseignants et de formateurs. D'un point de vue statistique, du fait de l'orientation choisie, la « recherche » que nous avons menée se fonde sur des échantillons plus « qualitatifs » que « quantitatifs ».

Si l'ouverture d'une petite lucarne complémentaire aux autres aspects plus connus de l'enseignement des mathématiques en salle de classe permet de vivre les mathématiques, occasionnellement, dans le méso-espace ou le macro-espace plutôt que dans le micro-espace confiné à la table de travail, il aura déjà atteint son but.

*Le savoir reste trop souvent soumis aux conditions particulières de la salle de classe et hors d'état d'être réinvesti.*

Astolfi, 2010, p. 38

# Approcher les mathématiques sous plusieurs angles 1

## 1.1. Evolution de l’enseignement des mathématiques

*J’ai toujours eu des problèmes en maths !*

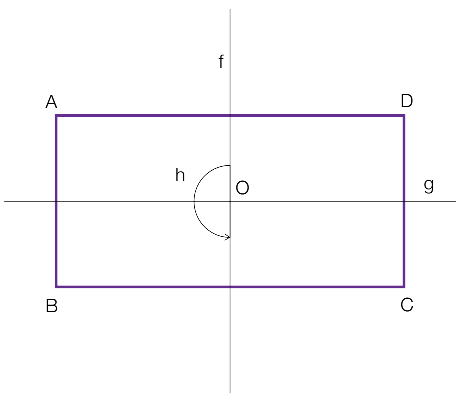
S’il est un mot en mathématiques qui continue de laisser planer l’ambiguïté, c’est bien celui de « problème ». Il n’est pas étonnant que nombre de personnes interrogées à l’âge adulte vous disent « moi j’ai eu des problèmes en maths ! » En fait, comment pourrait-il en être autrement puisque le problème constitue le plus souvent le cœur de la leçon de mathématiques ? Pourtant, ne craignons pas de dire que beaucoup d’adultes ont mal digéré les mathématiques en raison des difficultés qu’ils ont éprouvées, notamment dans leurs tentatives de résoudre des problèmes jugés trop abstraits, ou trop complexes, ou encore trop éloignés de leur vie quotidienne. Sans compter la crainte d’oser risquer une réponse qui n’était pas la solution savante tant attendue par l’enseignant.

*D’une réforme à l’autre : espoirs, avancées et limites*

Il convient d’ouvrir ici une brève parenthèse : l’enseignement des mathématiques d’avant la réforme dite « des mathématiques modernes » s’est souvent limité à l’apprentissage de techniques et d’applications de formules liées à des contextes dits « de la vie courante ». Seuls certains élèves ont pu, à leur âge, établir les ponts entre théorie et pratique, ce qui peut expliquer, en partie, l’aspect élitaire de l’enseignement des mathématiques devenu souvent une branche très sélective.

Avec la réforme des années soixante, un courant résolument nouveau et partant d’intentions très louables s’est développé un peu partout. Parmi les différentes qualités propres aux mathématiques modernes, il faut signaler notamment la première grande tentative de trouver une sorte de structure qui rende compte de la cohérence et des ponts entre les différents domaines des mathématiques. A titre d’exemple, citons la structure de groupe, qui établit un lien entre arithmétique, géométrie et algèbre. En effet, l’ambition de mettre en relation des transformations géométriques et des fonctions à travers la structure du groupe de Klein constitue un bel exemple de cohérence interne des mathématiques. C’est le cas de l’identité, des deux symétries axiales, et de la rotation qui laissent le rectangle ou le losange globalement invariant par composition, et des quatre fonctions

$e : x \mapsto x \quad f : x \mapsto -x \quad g : x \mapsto \frac{1}{x} \quad h : x \mapsto -\frac{1}{x}$ qui sont liées par une relation d’isomorphisme.




| * | e | f | g | h |
|---|---|---|---|---|
| e | | | | |
| f | | | | |
| g | | | | |
| h | | | | |

De même, la tentative de mieux faire comprendre le système décimal et son fonctionnement en l’abordant avec d’autres bases que la base « dix », était aussi parfaitement défendable a priori. Avec le recul, on réalise qu’aborder la base « deux » en lien avec l’informatique reste valable pour comprendre comment s’opère le codage, et comparer l’écriture des nombres dans différentes bases de numération. De même, analyser pourquoi les Babyloniens ont choisi une base « soixante » et les Egyptiens un système très différent permet de comprendre les avantages et limites de chacun des deux systèmes de numération.

Pourtant, malgré l'effort et la volonté d'en démocratiser l'accès, les mathématiques modernes n'ont pas abouti au succès espéré, car les élèves qui ont le plus bénéficié de cette réforme étaient souvent déjà ceux qui avaient répondu aux exigences des courants précédant la réforme des années soixante, élèves qui, comme on le sait, ont eu le privilège de suivre des études longues. Une des causes de l'échec partiel de cette réforme est exprimée par Roland Charnay dans son ouvrage intitulé *Pourquoi des mathématiques à l'école ?* :

*Dans le cas de ce qu'on appelle la théorie des ensembles, les structures permettent d'organiser, de mettre en cohérence et de rendre plus efficaces les connaissances anciennes. Or, avec de jeunes élèves, cette question de l'organisation des connaissances, de leur structuration, de leur expression dans un langage nouveau ne peut être posée ou du moins ne peut pas être accessible… puisque ces connaissances n'existent pas encore. Les structures de base des mathématiques ont été créées à partir d'objets mathématiques existants et, à l'inverse, à l'école, on proposait d'enseigner ces mêmes objets mathématiques à partir de ces structures.*

Charnay, 1999

Un des mérites de cette réforme aura été cependant de ne pas limiter l'enseignement et les contenus mathématiques à la seule fin utilitaire, voire utilitariste. Un autre mérite est d'avoir permis d'éveiller le sens des mathématiques à une plus grande frange de la population, répondant ainsi aux besoins énoncés notamment par l'OCDE. Dans certains moyens d'enseignement, on distingue nettement les activités d'approche et d'entraînement des pages dites théoriques, écrites trop souvent dans un langage d'adulte.

*Même si, aujourd'hui encore, tous les enjeux de l'enseignement des mathématiques (…) ne sont pas encore reconnus par tous, notamment l'enjeu culturel et l'enjeu de formation personnelle, plus personne ne propose de limiter les objectifs de cet enseignement à une stricte préparation à la vie active.*

Charnay, ibid., pp. 33-34

Avec le développement de la didactique des mathématiques surgissent des questions relatives aux différentes conceptions d'apprentissage des mathématiques, et des contenus censés être mieux adaptés aux compétences réelles des élèves. C'est ainsi que l'on voit se développer des ouvrages différenciés, selon que l'on s'adresse à l'enseignant ou à l'élève. Et, à travers la résolution de problèmes, l'idée clé de rendre l'élève, partiellement au moins, auteur de ses propres apprentissages. Un nouvel équilibre va naître entre enseignant, élève et savoirs, qui redéfinit les rôles de chacun.

*La nécessaire implication de l'élève dans ses apprentissages, à travers son activité propre, est toujours au centre des conceptions actuelles de l'enseignement des mathématiques. Tout le monde s'accorde, au moins au plan des intentions affichées, sur le fait qu'une bonne transmission des connaissances ne suffit pas à assurer une bonne réception, un bon apprentissage.*

Charnay, ibid., pp. 34-35

## 1.2. Précisions sur les acceptions du mot «problème»

Dans tous les moyens d'enseignement résultant des réformes successives de l'enseignement des mathématiques, la constance du mot «problème» saute aux yeux. Tout en admettant qu'il y ait bien d'autres façons de tenter d'en rendre compte, nous allons essayer de mettre un minimum d'ordre autour de différentes acceptions de ce mot inévitable en mathématiques.

Nous appelons **exercice** toute activité qui ne fait appel qu'à l'utilisation d'algorithmes ou conventions visant à se les approprier et à les rendre quasi automatiques. L'intelligence (au sens de la capacité de raisonner) y est peu mise à contribution.

Exemples : additionner, multiplier deux fractions, respecter les priorités des opérations, passer de l'écriture fractionnaire à l'écriture décimale d'un nombre, mener une droite parallèle à une autre par un point donné du plan, construire la médiatrice d'un segment, la bissectrice d'un angle, calculer le périmètre d'un rectangle dont les côtés sont donnés sur une figure,…

Nous appelons **exercice d'application** toute activité qui est en lien direct avec l'application d'un algorithme ou d'une formule mathématique, sans recours à un raisonnement décontextualisé.

Exemples : calculer le périmètre d'un rectangle, l'aire d'un disque, le volume d'une pyramide, l'hypoténuse d'un triangle rectangle, ou encore compléter un tableau de valeurs à partir de l'énoncé suivant :

a) Un marchand met du vin en bouteilles. On obtient ceci :

| nombre de bouteilles | 10 | 25 | 50 | 75 | | 200 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| quantité en litres | 7 | 17.5 | 35 | 52.5 | 87.5 | |

Complète les cases vides du tableau.

b) Examine si les deux propriétés de la somme et du produit sont vérifiées.

c) Quelle est l'expression de la fonction relative à ce tableau de valeurs ?

Nous appelons **problème** toute activité qui nécessite, de la part de l'élève, un recours à sa boîte à outils (tant du point de vue du raisonnement que dans la mise en application de procédures algorithmiques), activité dans laquelle la recherche d'une solution n'est pas perceptible d'emblée. Nous faisons nôtre, également, cette conception répandue aujourd'hui du « **problème ouvert** » dont l'énoncé devrait permettre à tout élève de s'engager personnellement et en groupe dans une partie au moins de la recherche de solutions, en essayant, en conjecturant, en tentant de prouver, et finalement en livrant les résultats de ses recherches.

Exemples : la plupart des problèmes du Rallye mathématique transalpin, trouver le nombre de carreaux traversés par la diagonale d'un rectangle dans un réseau quadrillé, résoudre un problème classique comme les tours de Hanoï.

Nous appelons **situation-problème** tout problème qui vise à construire une nouvelle notion, un nouveau concept mathématique menant à son institutionnalisation à terme par l'enseignant.

Exemple : le puzzle de Brousseau, — dans sa version originelle — visant à aborder la proportionnalité (ou facteur de linéarité) sur la base d'un exemple géométrique lié au conflit entre addition et multiplication.

## 1.3. Liens entre mathématiques et autres disciplines

Enfin, nous appelons **problème de recherche** tout problème qui nécessite une approche plus globale des mathématiques, notamment en lien avec d'autres disciplines d'enseignement.

Exemples : les activités de communication en géométrie autour du Tangram, les enquêtes statistiques, les analyses de résultats électoraux, l'élaboration d'un budget de course d'école ou de camp, l'élaboration d'une maquette de maison à partir de ses plans eux-mêmes résultats d'une confection à partir de contraintes fournies au départ, quelques approches du nombre Pi dans l'histoire, quelques approches du nombre d'or dans l'architecture, la nature, la peinture, la musique,…

## 1.4. Cadre fixé aujourd'hui par le Plan d'études romand (PER)

A la lecture du Plan d'études romand (PER) adopté aujourd'hui dans les cantons de Suisse romande, nous constatons que ces diverses catégories d'activités proposées aux élèves sont présentes. Dans certains cantons, ce nouveau programme est venu conforter ce qui s'y pratiquait depuis assez longtemps déjà, dans d'autres il a permis d'officialiser la complémentarité entre ces quatre composantes de l'enseignement mathématique.

Fort de ces décisions institutionnelles inscrivant la résolution de « vrais problèmes » au programme de toute la scolarité obligatoire, nous préférons dès lors les considérer plutôt comme une « ouverture » à la recherche en mathématique que comme une « contrainte » ou un « passage obligé ».
Ce qui peut, en particulier, apparaître comme fort réjouissant et prometteur, c'est le maintien ou le retour au « bon sens », à l'« intuition », au « génie propre » de l'enseignant qui prend le temps de chercher ce qui fera sens pour ses élèves dans leurs apprentissages, non seulement immédiats ou techniques, mais aussi dans une perspective de culture mathématique liée aux autres disciplines lorsque cela est justifié.

Reconnaître l'utilité des moments de recherche mathématique, jusqu'à présent trop souvent dépendants du bon vouloir de l'enseignant, devrait amener les élèves à élargir leur perception de l'Histoire et du monde contemporain.

Les pistes de recherche que nous proposons dans cette brochure à l'intention des enseignants et des élèves s'inscrivent donc **directement dans les capacités transversales du PER, notamment en lien avec les contenus du MSN 35.** Elles devraient en particulier permettre aux élèves d'établir des ponts entre différents domaines ou axes thématiques des mathématiques, à travers la conduite d'activités qui ne se limitent que rarement à des problèmes d'applications techniques.

# 2 Sortir de la salle de classe… avantages et limites

Une fois fixé le cadre du programme dont il devra répondre, il reste, fort heureusement à l'enseignant, une bonne marge de manœuvre qui va lui permettre de varier la forme de son enseignement au fil de l'année scolaire.

C'est sous forme d'interrogation que nous avons voulu initier le lecteur à notre démarche :
*Et si on sortait parfois de la salle de classe pour vivre les mathématiques autrement ?*

Sur la base d'enquêtes menées très spontanément au fil des cours dispensés sur ce sujet, nous avons constaté que les enseignants quittant la salle de classe pour animer une leçon à l'extérieur sont assez rares, et le cas échéant, ils le font une ou deux fois l'an. Alors qu'on a pris souvent le temps d'aller en salle multimédia ou qu'on a même inscrit régulièrement sa classe à un rallye mathématique, on quitte rarement le micro-espace que constitue la table sur laquelle on résout un problème figurant sur une feuille de papier.

## 2.1. Entre micro-espace, méso-espace et macro-espace

Nous affirmons simplement que sortir de la salle de classe permet en certaines occasions de vivre les mathématiques autrement.

Quitter le micro-espace permet de constater que le méso-espace — ce que l'œil peut voir d'où il est en balayant l'environnement du regard — et le macro-espace — nécessitant que l'on se déplace physiquement dans le terrain, pour aller dans des endroits non visibles d'où l'on se trouve — sont non seulement utiles, mais nécessaires pour que les mathématiques prennent sens dans certaines approches notionnelles, ou fonctionnent comme lieux de vérification, de mise à l'épreuve d'une notion apprise par cœur sans en voir les applications concrètes.

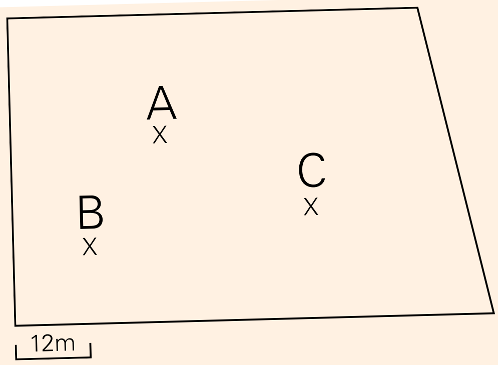
Nous nous limiterons à quelques exemples particulièrement sensés à nos yeux, dont le lecteur trouvera des développements ultérieurement :

les estimations de longueurs, d'aires, de volumes, de temps ;
- la détermination de la pente d'un terrain, d'une rue, d'un escalier ;
- la détermination de la hauteur d'un édifice ou d'une tour sans devoir y monter ;
- la confrontation entre le plan d'un environnement (en 2D) et sa découverte dans le terrain (en 3D) ;
- les liens qui existent entre le temps, la vitesse et la distance parcourue dans différents contextes expérimentés par l'élève ;

Selon la nature de l'activité de recherche proposée, les enjeux liés au choix d'aller ou de ne pas aller dehors pour vivre une leçon de mathématiques seront d'abord d'ordre mathématique ou/et pédagogique. Dans tous les cas, ils auront une influence sur les modalités d'apprentissage dans lesquelles les élèves évolueront.

Nous relevons une fois encore une activité devenue classique, tirée, avec son commentaire, du livre de Roland Charnay *Pourquoi des mathématiques à l'école?*:

*Les élèves de cette classe de CM2 sont invités à trouver les trésors que l'enseignant a enfouis dans le terrain qui se trouve à côté de l'école. Ils sont répartis en 3 groupes. Il leur remet un plan de ce terrain et quelques indications sur l'emplacement du trésor.*




Le premier trésor se trouve à 30 m de l'arbre A et à 18 m de l'arbre B.

Le second trésor se trouve à 6 m du plus petit côté du terrain et, de plus, il est situé à la même distance de l'arbre B que de l'arbre A.

Le troisième trésor est situé à 24 m de la plus petite diagonale et à 18 m de marbre C.

Avant de se rendre sur le terrain, il peuvent réfléchir aux méthodes qu'ils utiliseront en se servant du plan et décider des instruments dont ils auront besoin.

La première tentative sur le terrain se soldera sans doute par des échecs pour la plupart des groupes et il faudra revenir en classe pour mettre en commun les difficultés, les analyser, examiner les idées des uns et des autres sur les méthodes possibles et les instruments à utiliser qui, en effet, ne sont pas les mêmes pour localiser le trésor sur le plan (double-décimètre, compas, équerre) et sur le terrain (ficelle, chaîne d'arpenteur, étalonnage de pas). Par contre, les méthodes sont les mêmes: alignements, cercles (difficilement reconnus comme moyen pertinent), parallèles…

Cette activité, qui peut prendre un temps assez long, contribue à donner un sens aux activités géométriques: la géométrie devient un moyen de maîtriser et de résoudre les problèmes posés dans l'espace réel. Les notions d'échelle de droites, d'échelles, de médiatrice… n'ont pas besoin d'être définies a priori. Certaines seront mobilisées et utilisées de façon « spontanée » et implicite, d'autres seront élaborées au moment même de la résolution du problème comme outil utile à sa résolution (notion de médiatrice, par exemple, pour caractériser les points qui sont à la même distance de A et B, ou de parallèle pour caractériser les points qui sont situés à 24 m de la plus petite diagonale).

*Dans cette activité, les élèves ont utilisé des objets qui appartiennent au monde de la géométrie (cercle, parallèle…), ils ont produit des raisonnements pour passer du plan à la réalité et de la réalité au plan ou pour localiser leur trésor, ils ont mis en relation des éléments de l'espace sensible et des éléments de géométrie. Ont-ils fait de la géométrie? Oui au sens précédent. Non, si on considère que la géométrie «mathématique» s'occupe d'objets abstraits sur lesquels on peut raisonner indépendamment des objets de la réalité qu'ils évoquent. Mais, avant d'être mathématique, la géométrie doit être spatiale, et devenue mathématique, elle doit rester un moyen de maîtriser l'espace sensible. (Charnay, 1999, pp. 120-122)*

Cette activité et ces propos sont, selon nous, transférables à d'autres contextes, tels que ceux cités plus haut à titre d'exemples, invitant à dépasser le seul cadre habituel de la salle de classe.

### 2.2. Des enjeux mathématiques, didactiques et pédagogiques

Longtemps, on a cru que, par exemple, il fallait simplifier l'apprentissage et l'approche de la géométrie et des mesures en étudiant d'abord les longueurs, puis les aires, et enfin les volumes.

Aujourd'hui, on sait bien que la confrontation des trois dimensions est tout aussi fondamentale que leur étude prise une à une.

Même si le petit d'homme prend plus de temps que d'autres espèces pour se mettre debout, il n'en explore pas moins, dès qu'il rampe, dès qu'il voit, l'espace dans lequel il vit, qui est un espace 3D et non, par exemple, un espace 1D jusqu'à l'âge d'une année et 2D jusqu'à deux ans.

A cet égard, on peut aussi souligner que les images de synthèse 3D favorisent probablement une meilleure compréhension de l'espace chez des élèves qui éprouvent des difficultés à « voir dans l'espace » lorsque l'on représente un objet 3D en perspective sur le plan. Toutefois, cela ne saurait suffire, car mis devant la réalité d'un objet à l'échelle 1: 1, la perception de la réalité est profondément modifiée.
A preuve, la difficulté de citoyens à lire des plans architecturaux et les maquettes qui les accompagnent lorsqu'il s'agit de leur faire « mesurer ce qui les attend » avant la construction d'ouvrages qui modifieront sensiblement leur environnement.

Trois réflexions successives nous semblent donc indissociables quoique de nature différente :
- le choix des activités ou séquences proposées aux élèves en fonction de leur contenu notionnel mathématique ;
- le choix de leur agencement entre elles en fonction des apprentissages visés ;
- le choix du type d'animation subséquent, qui tient compte de facteurs mathématiques, didactiques, auxquels s'ajoutent des éléments purement pédagogiques.

Très simplement, notre pratique nous amènerait à renvoyer un peu dos à dos ceux qui prétendent que tout peut se faire en mathématiques à partir d'énoncés clairs sur une feuille de papier, et ceux qui pensent que toute leçon de mathématiques devrait voir quelques minutes au moins l'élève utiliser du **matériel concret**. La réalité est, on le sait, beaucoup plus subtile que cela, et la différenciation nécessaire selon les élèves, leur âge et leur contexte de vie, tout aussi délicate.

Notre seule affirmation est que notre enseignement n'est jamais neutre, et que les réflexions issues de la recherche comme celles nées de l'observation des élèves en classe doivent toujours, en définitive, s'interroger mutuellement.

# 3 Autour de quelques expériences déjà réalisées et de quelques souvenirs

Au cours de ces dernières années, des après-midi de formation ont été proposés dans le cadre de la formation continue de l'espace Bejune. A chaque fois, ils ont été préparés dans l'environnement direct du site choisi, soit Gorgier, Colombier, Neuchâtel, Cernier, La Chaux-de-Fonds, Le Landeron, Bienne, Porrentruy. Les participants ont, soit librement choisi ce cours, soit étaient régulièrement inscrits dans le cadre d'une formation seconde (formation -2+2, formation du secondaire dans le canton de Berne).

Ces cours se sont tous appuyés sur une pratique vécue par les auteurs de cette publication avec leurs élèves du secondaire 1 (élèves de 11 à 16 ans).

Les exemples d'activités qui ont été choisis en un nouveau lieu donné se fondent toujours sur une pratique qui s'est enrichie des dernières rencontres vécues, mais aussi sur des choix qui se sont affinés par la sélection des activités jugées les plus pertinentes selon l'âge des destinataires.

- Lorsque les destinataires étaient des adultes, souvent des enseignants, un choix d'activités leur a été proposé en fonction de l'âge et des contenus mathématiques qui leur étaient liés. Le cours leur a permis de découvrir les activités in situ de manière analogue à celle proposée aux élèves, c'est-à-dire avec les mêmes outils et les mêmes objectifs mathématiques. La mise en commun des résultats et la classification spontanée des activités retenues comme les plus pertinentes ont amené les formateurs à préciser quelques aspects didactiques parfois non perceptibles en une seule expérimentation, à enrichir et développer certains arguments en faveur de cette manière d'aborder les mathématiques en sortant de la salle de classe.

- Lorsque les destinataires étaient encore, il y a peu, les élèves des formateurs auteurs de cette brochure, ils recevaient un plan de séquence didactique, qui leur fournissait à la fois des objectifs et des outils concrets, accompagnés d'une feuille de route. Y figuraient également les consignes de sécurité et conseils de prudence devenus de plus en plus impérieux dans le contexte juridique d'aujourd'hui. (Au passage, relevons qu'en une décennie, la complexification juridique, qui prévaut à tous les niveaux dès qu'un enseignant motivé sort de la salle de classe, rend la vie pénible et la mission parfois impossible à tous les partenaires de l'école afin de préserver tout recours à l'encontre des enseignants ouverts aux plus louables intentions pédagogiques).

- Une particularité est à relever en lien avec le programme et avec l'évaluation de telles activités : elles ne sont jamais « gratuites » et même si les élèves les vivent, le plus souvent, avec intérêt et parfois les premières minutes comme une « diversion », ils en perçoivent vite les tenants et aboutissants : prendre des notes pour pouvoir en rendre compte en petit groupe dans une mise en commun, être capable de comprendre tout ce qui s'est fait dans le petit groupe au cours de la recherche, et être à même d'en faire un travail personnel (rapport complet), qui entre dans l'évaluation des mathématiques au même titre que l'évaluation de savoirs traditionnels.

Nous avons clairement dit que nous ne faisons pas preuve d'innovation particulière, mais que nous tentons de donner du sens aux activités permettant d'aborder certaines notions clés en mathématiques. Nous citons pour mémoire deux exemples de souvenirs marquants :

Pour commencer, parlons d'un exemple vécu par un collègue et repris régulièrement avec nos classes tant il est à chaque fois parlant : les élèves ont appris que pour calculer le périmètre d'un rectangle, il faut et il suffit d'appliquer l'une des formules suivantes :

$p = 2a + 2b$ ou $p = 2(a+b)$, $a$ et $b$ désignant les dimensions du rectangle.

Et les résultats sont à chaque fois probants : 90% des élèves ne se trompent pas dans de tels calculs ou raisonnements tant qu'on reste dans les nombres entiers ou « raisonnables » lorsqu'ils sont décimaux. Mais ont-ils intégré pour autant le concept de périmètre ? Rien n'est moins sûr… comme le montrent différentes expérimentations pratiques réalisées quelques jours ou semaines après avoir « acquis » la notion en classe.
En demandant de mesurer le périmètre de la cour d'école, par exemple, penser à mettre un obstacle quelque part… le long d'un mur ou d'un trottoir : un tas de feuilles placé là par hasard, probablement par une personne chargée de la voirie en automne, avait fort opportunément rendu pertinentes les observations de ce collègue : les élèves, en petits groupes, et munis de chevillières, avaient mesuré consciencieusement la longueur du trottoir en « intégrant » l'obstacle « tas de feuilles » dans la mesure, soit en montant et en redescendant le tas de feuilles, soit en le contournant soigneusement à plat en tordant la chevillière. Dans les deux cas… l'équivalent du pourtour d'un demi-disque au lieu du diamètre du tas de feuilles avait prouvé que la longueur du trottoir pouvait varier !
Rares sont les élèves qui commenceraient par balayer le tas de feuilles, ou par « passer en tunnel » dans celui-ci. Un bel exemple pour montrer que les exercices d'application d'une formule dont on ne saisit pas le sens in situ ne suffisent pas à garantir l'appropriation de la notion mathématique que la formule résume « formellement ».

Un autre exemple consiste à demander aux élèves de déterminer l'épaisseur d'un mur qui sépare, par exemple, deux salles de classe voisines, mais sans connexion par une porte directe entre elles. Cette activité, qui fait fort judicieusement partie des activités proposées dans l'ouvrage de mathématiques de 6e année (8e Harmos), met là aussi le doigt sur les enjeux liés aux représentations que les élèves ont d'un espace qui dépasse celui de la table de travail et de la feuille de papier.
L'arsenal d'outils et d'actes successifs qui sont nécessaires pour répondre à la question posée en font un bel exemple de vraie recherche.

# 4 Entre réalité commune à tous et perception individuelle

L'estimation du temps qui passe, de la vitesse, et donc de la distance parcourue change souvent en fonction du contexte vécu. L'exemple d'un chemin suivi «à l'aveugle» permet de découvrir combien les repères s'estompent rapidement.

Dans les activités liées aux estimations, on se limite, le plus souvent, à demander aux élèves d'estimer la longueur d'un terrain, d'une distance entre deux villes, le volume d'un gratte-ciel, en restant assis à leur table. Il y a ceux qui «estiment bien» et ceux qui ne comprennent pas bien le sens de l'activité.

# À vue de nez… et en réalité !

4.1

**Liens avec le PER**
MSN 31 - MSN 34

**Matériel** chevillière, chronomètre, calculatrice

**Temps** 20 minutes
**Degrés** 9 - 10 - 11

**Gestion de classe**
par groupe de 3 à 4 élèves

Perception du temps

**Présentation de l'activité**
Estimer la longueur d'une rue, estimer le temps que l'on va mettre pour la parcourir en marchant normalement. Une fois notés ces deux éléments, faire l'expérience tout en enregistrant le temps écoulé sur un chronomètre, puis en mesurant au retour la longueur parcourue à l'aide d'une chevillière.

**Considérations pédagogiques**
Cette activité permet de se référer «réellement» à des exemples que tout élève a en lui, auxquels il peut se fier parce qu'il les connaît. Lorsqu'il est dehors, il se souvient, il voit «à l'échelle 1: 1» la rue, et les éléments de son environnement. Le footballeur «voit» son terrain de football, celui qui est coureur «voit» ses 100 m, celui qui connaît la longueur de l'immeuble où il vit «voit» les 30 m en les comparant à d'autres maisons.

De même, estimer l'aire d'un terrain et estimer le volume des détritus d'une décharge permettent de dépasser les seuls exercices contenus dans les livres de mathématiques, certes nécessaires, mais à notre sens insuffisants au vu des erreurs «insensées» et répétitives révélatrices de l'inefficacité des tableaux de transformations constitués in abstracto.

**Quelques remarques pratiques**
Il appartient à l'enseignant de définir clairement ses attentes vis-à-vis des élèves, notamment :
- ce qui relève des prises de notes en cours d'expérimentation ;
- la mise au point des notes en groupe ou en synthèse avec l'ensemble de la classe ;
- le rapport demandé à chacun des élèves, lorsque la situation est jugée pertinente.

A ce sujet, un certain nombre de précisions pourront être apportées aux élèves :
- veillez à expliquer avec des phrases vos démarches et vos mesures, et pas seulement avec des calculs parfois difficiles à comprendre pour le lecteur ;
- une critique de la précision de vos calculs doit aussi faire partie des résultats ;
- une présentation propre et soignée fait évidemment partie de la qualité attendue du travail personnel.

**Liens avec le PER**
MSN 31 — Poser et résoudre des problèmes pour modéliser le plan et l'espace 1 4
MSN 34 — Mobiliser la mesure pour comparer des grandeurs 3 4 5 7

**Attentes fondamentales**
L'élève réalise un croquis comme support de réflexion, pour mémoriser ou communiquer des informations sans ambiguïté (PERcy3 p. 15)
L'élève résout des problèmes de mesurage en faisant appel à une ou plusieurs des composantes suivantes :
- choix et mise en relation des données nécessaires à la résolution ;
- distinction des grandeurs en jeu dans une situation donnée ;
- organisation d'un mesurage ;
- vérification de la pertinence du résultat ;
- communication de la démarche et du résultat (PERcy3 p. 33).

L'élève utilise un instrument adapté pour mesurer une longueur, un temps.

# À vue de nez… et en réalité !



**Matériel**
chevillière, chronomètre, calculatrice

**Par groupe de**
3 à 4 élèves

**Temps**
20 minutes

**Présentation de l'activité**
Votre tâche consiste d'abord à estimer la longueur du chemin indiqué par votre maître, ainsi que le temps nécessaire pour parcourir ce trajet en marchant normalement. Pour cela, vous avez à disposition une photo, comme celle-ci.

Puis vous effectuerez le trajet en grandeur réelle.

**Description de la tâche à effectuer**
Chacun estime pour soi-même la longueur du trajet et le temps pour le parcourir, en les notant avant de parcourir ce trajet.

Chacun déclenche ensuite son chronomètre à l'aller, marche à son rythme sans plus s'occuper du chronomètre ni de ses camarades, puis le stoppe au bout de la rue et compare avec son estimation. Ne pas oublier de noter les valeurs obtenues par écrit.

Au retour, mesurer la longueur réelle de ce trajet, et noter les valeurs obtenues.

**Communication des résultats**
Discutez en groupe de la précision de vos estimations à propos de la longueur du trajet et du temps mis pour le parcourir.
A l'aide des résultats obtenus, calculez la vitesse approximative d'une personne qui marche au pas.
Quel est le temps nécessaire pour effectuer un tour de piste d'athlétisme (400 m) avec la vitesse que vous avez calculée ?

**Développement**
Pouvez-vous renseigner la personne qui se trouve devant ce panneau sur la distance qui la sépare de Neuchâtel, des Gorges de l'Areuse, de la Forêt de Boudry ?